

Василий Николаевич РОМАШКО

Национальный университет водного хозяйства и природопользования, Ровно, Украина

КРИТЕРИИ ИСЧЕРПАНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И КОНСТРУКЦИЙ

Получена универсальная зависимость для прогнозирования предельных деформаций сжатого бетона в бетонных и железобетонных элементах и конструкциях.

Ключевые слова: бетонные и железобетонные элементы и конструкции, деформация сжатого бетона

ВВЕДЕНИЕ

В основу подавляющего большинства современных нормативных документов по проектированию бетонных и железобетонных элементов и конструкций [1-4] заложены так называемые «деформационные модели» их сечений, основанные на использовании в расчетах указанных элементов полных диаграмм деформирования сжатого бетона. За ними исчерпание несущей способности железобетонных элементов и конструкций ограничивается несколькими критериями:

- потерей равновесия между внутренними и внешними усилиями по экстремальным «критериям прочности» ($dM/d(1/\rho) = 0$ или $dN/d\varepsilon_c = 0$);
- разрушением сжатого бетона из-за достижения в его крайних фибрах предельных деформаций ε_{cu} ;
- разрывом всех растянутых стержней из-за достижения в них граничных деформаций ε_{ud} .

Детальный анализ напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных элементов и конструкций позволяет говорить о том, что при более корректной формулировке первого из указанных критериев потребность в применении двух других вообще отпадает. К тому же, реализация последнего критерия в элементах и конструкциях, которые армированы вдоль периметра сечения или работают на косое сжатие или кривой изгиб, вообще сомнительна.

Особое внимание к критериям исчерпания несущей способности бетонных и железобетонных элементов и конструкций в современных так называемых

«деформационных моделях» их сечений [5-7] есть вполне понятным. Однако в работе [7] уже было частично обосновано и показано, что только параметр $dM/d(1/\rho) = 0$ можно рассматривать в качестве единого универсального и обобщенного критерия исчерпания несущей способности бетонных и железобетонных элементов и конструкций, поскольку он прямо характеризует нарушение предельного равновесия между внутренними и внешними усилиями указанных элементов и «поглощает» все остальные критерии, задекларированные в нормах [1, 2, 4].

1. ВОПРОСЫ, НЕРЕШЕННЫЕ В РАМКАХ ОБЩЕЙ ПРОБЛЕМЫ

Главным недостатком всех нынешних «деформационных моделей» бетонных и железобетонных элементов и конструкций можно назвать попытку задекларировать в качестве критериев исчерпания их несущей способности предельные значения относительных деформаций соответствующих материалов: бетона ε_{cu} или арматуры ε_{ud} . Но анализ напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных элементов и конструкций показывает, что в основу известных на сегодня «деформационных моделей», так же как и в основу прежних силовых, заложена одна и та же гипотеза предельного равновесия. Поэтому совершенно очевидно, что критерии исчерпания несущей способности в первую очередь следует связывать с вышеуказанной гипотезой.

Известно, что любые процессы, явления или события происходят по общим законам, в основе которых лежат определенные причинно-следственные связи. Процесс деформирования бетонных или железобетонных элементов и конструкций обычно отображается диаграммами их состояния $M - (1/\rho)$, $N - \varepsilon$. В подобных связях (зависимостях) усилия всегда выступают причинами, а кривизна и деформации - только последствиями деформирования. Поэтому вполне очевидно, что причинами наступления предельного состояния (потери несущей способности из-за нарушения равновесия сил) могут быть только силовые параметры. Но стоит оговориться, что в отличие от прежней силовой модели напряжения в материалах не могут выступать в качестве таких параметров. Таким образом, точность отображения или воспроизведения реального напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных элементов и конструкций следует связывать не с деформационной или силовой моделями их сечения, а с обобщенной моделью их деформирования, которая по своей сути всегда есть деформационно-силовой. Поэтому, настоящая статья направлена на решение задачи с прогнозированием максимально возможных деформаций сжатого бетона в железобетонных элементах и конструкциях на момент потери их предельного равновесия. Это позволит не только прогнозировать несущую способность указанных элементов, но и определять их важнейшие эксплуатационные параметры - прогибы, шаг и ширину раскрытия трещин и т.п.

2. ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Попробуем обосновать, почему предельные деформации крайних фибр сжатого бетона ε_{cu} принципиально не могут выступать критерием исчерпания несущей способности железобетонных элементов и конструкций. И здесь основным аргументом может служить сама диаграмма деформирования бетона $\sigma_c - \varepsilon_c$, а еще точнее - ее характер. В бывшей силовой модели напряжения в бетоне могли выступать критерием исчерпания несущей способности только потому, что они могли достигать экстремальных значений. Однако в так называемых «деформационных моделях» деформации таким свойством не наделены. Кроме того, известен и тот факт, что на момент исчерпания несущей способности железобетонных элементов и конструкций величина предельных деформаций сжатого бетона даже для одного и того же класса бетона при различных исходных условиях не остается фиксированной и колеблется в довольно широких пределах. Поэтому вполне очевидно, что основное внимание должно быть приковано именно к тем исходным условиям или параметрам, которые в наибольшей степени вызывают неоднородность деформирования бетона в сечении железобетонных элементов и конструкций.

В общем известно, что центально сжатый бетонный элемент всегда испытывает однородное напряженно-деформированное состояние. Поэтому понятно, что при его разрушении предельные деформации сжатого бетона всегда будут достигать только критических величин $\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{c1}$. Превышение предельными деформациями бетона вышеупомянутых критических величин становится реальным только тогда, когда в сечении элемента будут оставаться волокна, способные принимать на себя дополнительные усилия от разгрузки наиболее деформированных фибр бетона. Это возможно в двух случаях:

- при наличии в сечении элемента арматурных стержней с собственными критическими деформациями, превышающих критические деформации бетона $\varepsilon_{s0} > \varepsilon_{c1}$;
- за неоднородного деформирования волокон самого бетона в сечении бетонного или железобетонного элемента при плоском или косом изгибе, при внецентренном или косом сжатии.

Из сказанного следует, что предельные деформации крайних фибр сжатого бетона ε_{cu} в наибольшей степени зависимы от вида напряженно-деформированного состояния и параметров армирования железобетонного элемента. Чтобы проверить это предположение, запишем уравнения равновесия железобетонного элемента для общего случая его деформирования - косоуго сжатия (рис. 1):

$$N = \int_{x=0}^x \sigma(x) dx \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} dy - \int_{x=0}^{x-b_n \cdot \sin \theta} \sigma(x) dx \int_{x_1(y)}^{x_3(y)} dy + \int_{x_t=0}^{x_t} \sigma(x_t) dx_t \int_{x_{t3}(y)}^{x_{t2}(y)} dy + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (1)$$

$$N \cdot e = \int_{x=0}^x \sigma(x) \cdot x dx \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} dy - \int_{x=0}^{x-b_n \cdot \sin \theta} \sigma(x) \cdot x dx \int_{x_1(y)}^{x_3(y)} dy + \int_{x=0}^{x_l} \sigma(x_l) dx_l \cdot x_l \int_{x_{i3}(y)}^{x_{i2}(y)} dy + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot x_{si} \quad (2)$$

где:

θ - угол наклона нейтральной линии к ширине сечения элемента b_n ,

A_{si} - площадь поперечного сечения отдельного арматурного стержня.

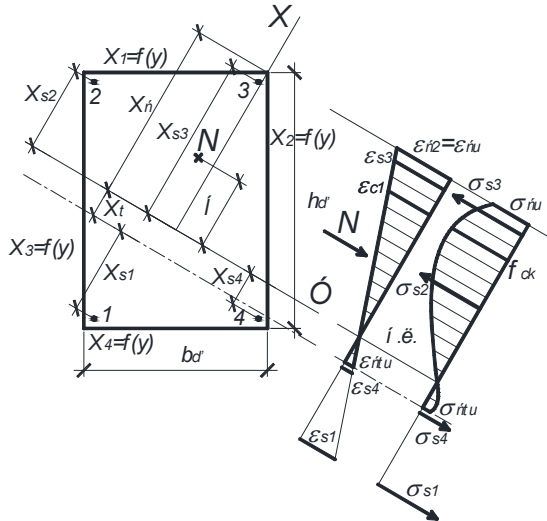


Рис. 1. Напряженно-деформированное состояние сечения кососжатого железобетонного элемента

При исследовании предельных деформаций бетона с помощью зависимостей (1) и (2) воспользуемся рядом следующих гипотез:

- связь между напряжениями и деформациями сжатого бетона (рис. 2а) будем описывать полными диаграммами его деформирования в виде неправильной дробно-рациональной функции [8]

$$\sigma_c = (a \cdot \varepsilon_c - b \cdot \varepsilon_c^2) / (1 + c \cdot \varepsilon_c) \quad (3)$$

где

$$a = E_{co}; \quad b = f_c / \varepsilon_{c1}^2; \quad c = E_{co} / f_c - 2 / \varepsilon_{c1} \quad (4)$$

- в предельном состоянии влиянием растянутого бетона на несущую способность железобетонного элемента будем пренебрегать;
- связь между напряжениями и деформациями арматуры примем в виде диаграммы Прандтля, а при отсутствии физического предела текучести будем описывать билинейной функцией (рис. 2б);

- при деформировании железобетонных элементов для их усредненных сечений будем считать справедливой гипотезу плоских сечений

$$1/\rho = \varepsilon_{c2}/x = \varepsilon_{si}/x_{si} \text{ либо } 1/\rho = (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{si})/d_i = (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{si})/(x - x_{si}) \quad (5)$$

- сопротивление железобетонного элемента действующим нагрузкам считается исчерпанным при нарушении соответствующих условий равновесия в его расчетном сечении.

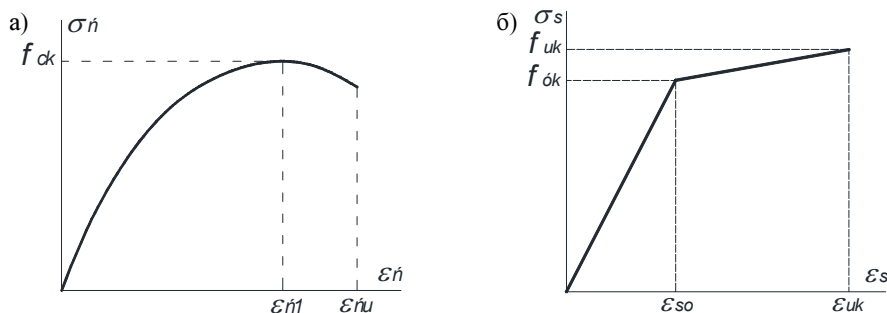


Рис. 2. Диаграммы деформирования: а) бетона; б) арматуры (при отсутствии физического предела текучести)

С учетом вышеуказанных гипотез зависимости (1) и (2) примут следующий вид

$$N = \frac{1}{1/\rho} \int_{\varepsilon_{co}}^{\varepsilon_{c2}} \frac{a \cdot \varepsilon_c - b \cdot \varepsilon_c^2}{1 + c \cdot \varepsilon_c} d\varepsilon_c \int_{y \cdot \text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho)}^{-y/\text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho)} dy - \int_{\varepsilon_{co}}^{\varepsilon_{c2} - 1/\rho \cdot b_n \cdot \sin\theta} \frac{a \cdot \varepsilon_c - b \cdot \varepsilon_c^2}{1 + c \cdot \varepsilon_c} d\varepsilon_c \int_{y \cdot \text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho)}^{-y/\text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho) - b_n/\sin\theta} dy + E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \varepsilon_{si} \quad (6)$$

$$N \cdot e = \frac{1}{(1/\rho)} \left(\int_{\varepsilon_{co}}^{\varepsilon_{c2}} \frac{a \cdot \varepsilon_c^2 - b \cdot \varepsilon_c^3}{1 + c \cdot \varepsilon_c} \frac{d\varepsilon_c}{(1/\rho)} \int_{y \cdot \text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho)}^{-y/\text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho)} dy - \int_{\varepsilon_{co}}^{\varepsilon_{c2} - 1/\rho \cdot b_n \cdot \sin\theta} \frac{a \cdot \varepsilon_c^2 - b \cdot \varepsilon_c^3}{1 + c \cdot \varepsilon_c} d\varepsilon_c \int_{y \cdot \text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho)}^{-y/\text{tg}\theta + \varepsilon_{c2}/(1/\rho) - b_n/\sin\theta} dy \right) + E_s \cdot \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \varepsilon_{si} \cdot \varepsilon_{si(\rho)} \quad (7)$$

где:

b_n и h_n - ширина и высота сечения элемента,

ε_{c2} и ε_{co} - предельные деформации наиболее и наименее сжатых волокон бетона в сечении,

ε_{si} - относительные деформации арматуры, ограниченные пределом ее текучести ε_{so} ,

$\varepsilon_{si(\rho)}$ - относительные деформации арматуры за гипотезой плоских сечений (за кривизной элемента без ограничения пределом текучести),

E_s - модуль упругости арматуры.

В момент исчерпания несущей способности, когда

$$M(1/\rho)\Big|_{1/\rho=1/\rho_u} = \max \quad (8)$$

предельные деформации бетона в железобетонном элементе найдем из уравнения (7), применив к нему понятие экстремального критерия несущей способности $dM/d(1/\rho) = 0$. Точное решение уравнения (7), после его интегрирования, является чрезвычайно сложным и практически даже невозможным из-за появления в нем так называемых радикалов. Для общего случая деформирования железобетонных элементов его удалось выразить с помощью методов численного анализа с достаточно высокой степенью приближения (достоверностью $R^2 = 0,998$) следующей зависимостью:

$$\begin{aligned} \eta_{ei} = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{c1} = 1 + 5^3 \cdot \alpha_s \cdot \frac{(k-1)}{(6-k)} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{li} \cdot \left(\frac{x_{si}}{x}\right)^2 + \beta_F \times \\ \times \left[\frac{(0,43 - 0,2(0,4 - m_h)^2)(1 - m_h^{3/2})(1 - m_h/k)\sqrt{(\ln k)^{(1-m_h^{3/2})}}}{1 + ((1/6 - 0,1m_h^2)(k-2)\ln(6/k - 2(0,1 - m_h)))^2} + \right. \\ \left. + \frac{(0,43 - 0,2(0,4 - m_b)^2)(1 - m_b^{3/2})(1 - m_b/k)\sqrt{(\ln k)^{(1-m_b^{3/2})}}}{1 + ((1/6 - 0,1m_b^2)(k-2)\ln(6/k - 2(0,1 - m_b)))^2} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

где:

m_h - параметр неоднородности деформирования сжатого бетона вдоль стороны h (рис. 2), $m_h = \varepsilon_{co,h} / \varepsilon_{c2}$,

m_b - параметр неоднородности деформирования сжатого бетона вдоль стороны b , $m_b = \varepsilon_{co,b} / \varepsilon_{c2}$,

η_{ei} - уровень предельных деформаций наиболее сжатых волокон бетона в сечении;

α_s - относительное значение модуля упругости используемой арматуры, $\alpha_s = E_s / 200\,000$,

x_{si} - расстояния от нейтральной линии к центру тяжести продольных стержней, напряжения, в которых в предельном состоянии не достигают предела текучести,

ρ_{li} - коэффициент армирования сечения элемента теми же стержнями, $\rho_{li} = A_{si} / (b_n \cdot h_n)$,

β_F - коэффициент, зависящий от вида напряженно-деформированного состояния элемента: для сжатых элементов он принимается равным $\beta_F = 1,0$; для изгибаемых - $\beta_F = 0,81$.

Стоит однако заметить, что зависимость (9) получена для бетонных и железобетонных элементов и конструкций прямоугольного сечения при произвольной форме их сжатой зоны (рис. 3), а потому может быть использована в обобщенной модели деформирования указанных элементов.

Для железобетонных элементов, которые деформируются в одной плоскости, в предельном состоянии при достижении предела текучести во всех арматурных стержнях зависимость (9) упрощается до простого вида:

- при внецентренном сжатии

$$\eta_{eu} = 1 + 0,398 \cdot \sqrt{\ln k} / \left[1 + ((k - 2)/6 \cdot \ln(6/k - 0,2))^2 \right] \quad (10)$$

- при плоском изгибе

$$\eta_{eu} = 1 + 0,318 \cdot \sqrt{\ln k} / \left[1 + ((k - 2)/6 \cdot \ln(6/k - 0,2))^2 \right] \quad (11)$$

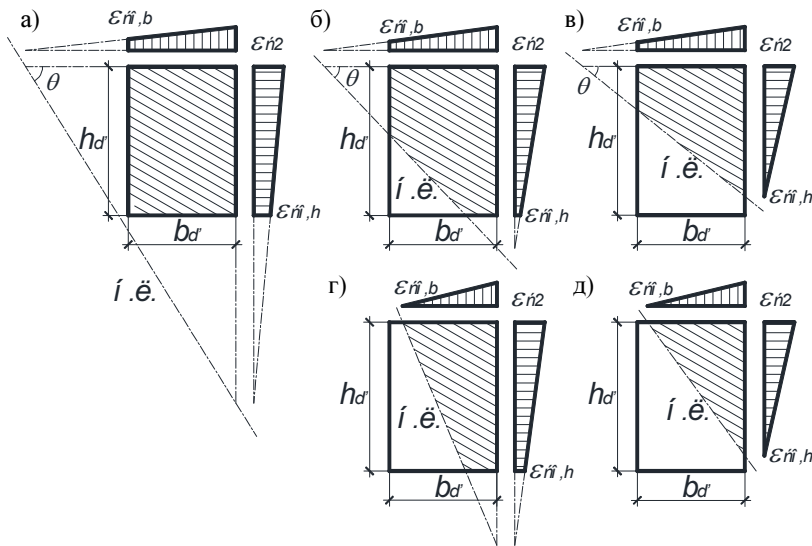


Рис. 3. К определению площади сечения сжатого бетона в кососжатом железобетонном элементе

В общем формулу (9) можно считать универсальной, так как она позволяет прогнозировать предельные деформации бетона в бетонных и железобетонных элементах и конструкциях при любом деформировании. Вычисленные по ней значения предельных деформаций (табл. 1), полностью согласуются с результатами исследований Павликова А.Н., полученными для изгибаемых элементов [6].

Таблица 1. **Предельные деформации бетона ε_{cu} в бетонных и железобетонных элементах при различных видах их деформирования**

Напряженно-деформированное состояние элемента	Уровень предельных деформации сжатого бетона $\eta_{cu} = \varepsilon_{cu}/\varepsilon_{c1}$ при значениях $k = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1}/f_{ck}$								
	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1,1
Плоский изгиб, формула (9)	1,409	1,394	1,377	1,357	1,335	1,307	1,268	1,203	1,094
Павликов А.Н. [6]	1,412	1,398	1,382	1,363	1,339	1,309	1,27	1,2	1,075
Внецентренное сжатие	1,505	1,487	1,465	1,441	1,413	1,379	1,331	1,25	1,116
Косий изгиб (рис. 3д), формула (9)	1,818	1,789	1,753	1,714	1,669	1,615	1,537	1,406	1,187
Павликов А.Н. [6]	1,83	1,81	1,78	1,74	1,7	1,64	1,546	1,4	1,1
Косое сжатие (рис. 3б)	2,01	1,974	1,93	1,881	1,826	1,759	1,663	1,501	1,231

ВЫВОДЫ

Исходя из детального анализа проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- номинальные значения предельных деформаций сжатого бетона зависят от напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных элементов и конструкций, а потому в расчетах должны ограничиваться по экстремальным критерием несущей способности $dM/d(1/\rho) = 0$;
- параметр $dM/d(1/\rho) = 0$ может выступать обобщенным критерием исчерпания несущей способности бетонных и железобетонных элементов и конструкций, поскольку он «поглощает» все остальные критерии, задекларированные в нормах [4];
- чем выше степень неоднородности деформирования бетона, тем больше его предельные деформации в сечении бетонного или железобетонного элемента.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Eurocode-2: Design of Concrete Structures. Part 1-1, General Rules and Rules for Building: EN 1992-1-1 [Final Draft, December, 2004], Brussels: CEN, 2004, 226 p.
- [2] Конструкции бетонные и железобетонные, Минстройархитектуры Республики Беларусь: СНБ 5.03.01-02, Введ. 01.07.2003, Минстройархитектуры, Мн.: 2003, 140 с.
- [3] Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры, Госстрой России: СП 52-101-2003, Введ. 01.03.2004, ЦПП НИИЖБ, М.: 2004, 54 с.
- [4] Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування, Мінрегіонбуд України: ДСТУ Б В.2.6-156, 2010, Чинний від 01.06.2011, Мінрегіонбуд України, К.: 2011, 124 с.

- [5] Бамбура А.М., Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. ... д-ра техн. наук, ХДТУБА, Харків 2006, 40 с.
- [6] Павліков А.М., Нелінійна модель напружено-деформованого стану косо завантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії, Монографія, ПолтНТУ ім. Юрія Кондратюка, Полтава 2007, 260 с.
- [7] Ромашко В.М., Узагальнений критерій вичерпання несучої здатності залізобетонних та сталезалізобетонних елементів і конструкцій, Зб. наук. праць, Галузеве машинобудування, будівництво, Вип. 3(33), ПНТУ, Полтава 2012, с. 202-206.
- [8] Ромашко В.М., Жорсткість та модуль деформацій бетону в деформаційній моделі, Бетон и железобетон в Украине 2007, № 6, с. 2-6.

THE CRITERION OF THE BEARING STRENGTH EXHAUSTING OF REINFORCED-CONCRETE ELEMENTS AND STRUCTURES

A universal dependence is obtained for the limit deformations forecasting of the compressed concrete in concrete and reinforced-concrete elements and structures.

Keywords: concrete and reinforced-concrete elements and structures, deformations forecasting of the compressed concrete